# Programación Lineal.

+Problema 2 desarrollado en clase.

Resumen del Problema:

La Empresa RMC, produce Aditivo para combustible y una base disolvente. La producción de esta empresa esta limitada por la disponibilidad de las tres materia primas utilizadas en su producción. Las cantidades disponibles son las siguientes:

| Materia Prima | Cantidades Disponibles | |
|---|---|---|
| Materia Prima I | 20 | toneladas |
| Materia Prima II | 5 | " |
| Materia Prima III | 21 | " |

Necesidades de materia prima por tonelada de producto:

| Producto | Materia Prima I | Materia Prima II | Materia Prima III |
|---|---|---|---|
| Aditivo para combustible | 2/5 | 0 | 3/5 |
| Base disolvente | 1/2 | 1/5 | 3/10 |

El precio del aditivo para combustible es de L.40 por tonelada y la base disolvente se vende a L 30 por tonelada.

Encontrar la combinación de producto que maximize el ingreso de la empresa RMC.

Tabla Resumen del Problema:

| | Aditivo (A) | | Disolvente (S) | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $z =$ | $40A$ | $+$ | $30S$ | $=$ | ___ | Función objetivo |
| M.P. I | $2/5\,A$ | $+$ | $1/2\,S$ | $\leq$ | $20$ | Restricciones |
| M.P. II | | | $1/5\,S$ | $\leq$ | $5$ | |
| M.P. III | $3/5\,A$ | $+$ | $3/10\,S$ | $\leq$ | $21$ | |
| | $A$ | , | $S$ | $\geq$ | $0$ | No negatividad. |

Se procede a gráficar las restriccions para encontrar la región factible; para este paso se buscan los interceptos de cada restricción.

Restricción Materia Prima I.

$$2/5\,A + 1/2\,S = 20$$

$$2/5(0) + 1/2\,S = 20$$

$$1/2\,S = 20$$

$$S = 20 \cdot 2$$

$$S = 40$$

∴ el intercepto en A es el punto $(0, 40)$

$$2/5\,A + 1/2(0) = 20$$

$$2/5\,A = 20$$

$$A = 20 \cdot \frac{5}{2}$$

$$A = 50$$

∴ el intercepto en S es el punto $(50, 0)$

M.P. II

$$1/5\,S = 5$$

De acuerdo a la teoria este caso es más facil, al faltar una variable, la restricción sera una recta paralela al eje de la variable que falta. En este caso A. Solo resta saber en que punto cruza la eje S. Es decir solo despejar.

$$1/5\,S = 5 \Rightarrow S = 5 \cdot 5 = \underline{25}$$

M.P. III

$\frac{3}{5}A + \frac{3}{10}S = 21$

$\frac{3}{5}(0) + \frac{3}{10}S = 21$

$\frac{3}{10}S = 21$

$S = 21 \cdot \frac{10}{3}$

$S = 70$

El intercepto es $(0,70)$

$\frac{3}{5}A + \frac{3}{10}(0) = 21$

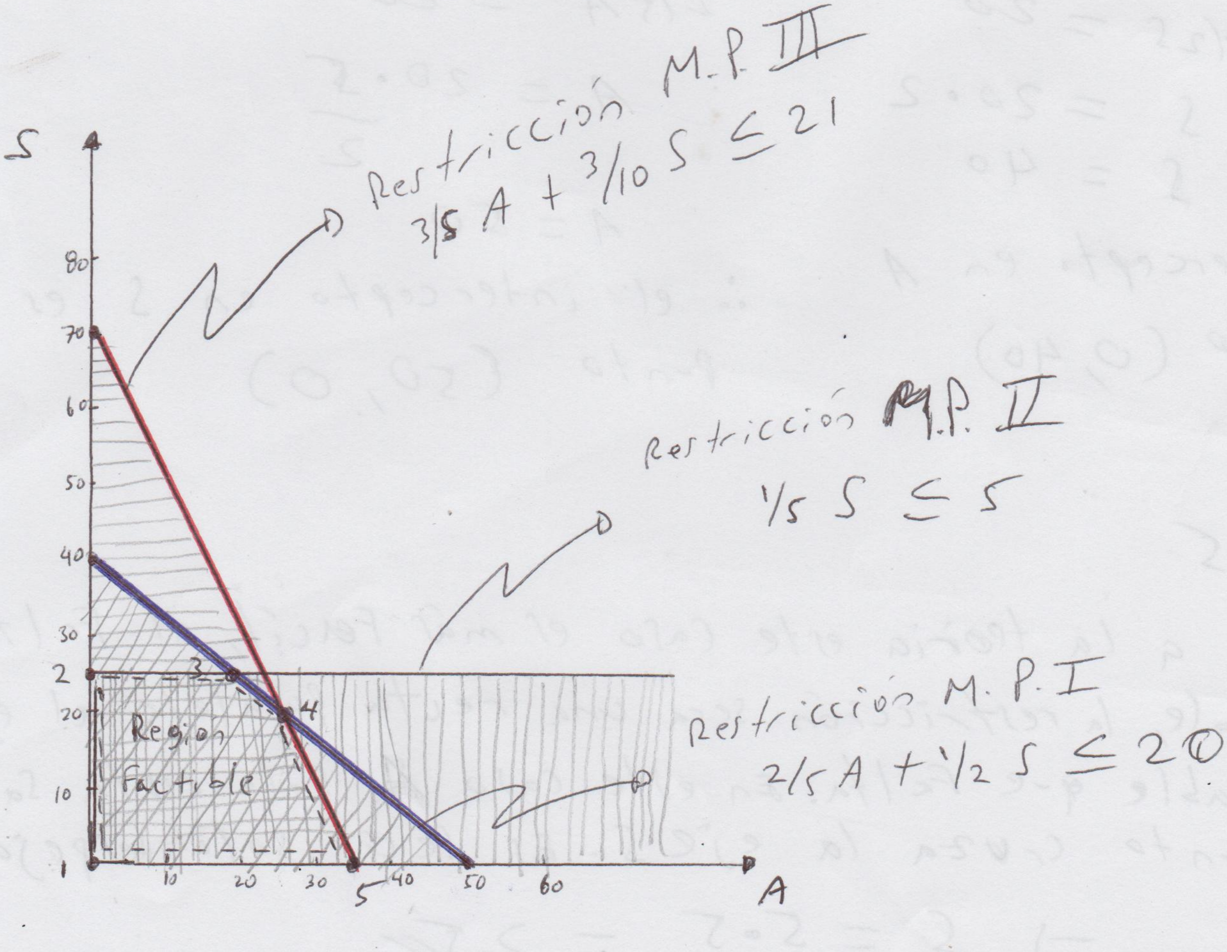
$\frac{3}{5}A = 21$

$A = 21 \cdot \frac{5}{3}$

$A = \frac{105}{3} = 35$

El intercepto es $(35,0)$.

- Con esta información procedemos a gráficar; primero escogemos la escala y luego trazamos cada restricción identificando la parte que nos interesa para encontrar la región solución ó Factible.



Procedemos a, utilizando la Función Objetivo, calcular la utilidad en las esquinas de la región Factible, para encontrar la solución a nuestro problema.

Para ello necesitamos los valores de las variables de decisión en estos puntos. Dichos valores para los puntos 1, 2 y 5 ya los tenemos porque son interceptos.

Para los puntos 3 y 4, utilizamos un método para resolver ecuaciones lineales de los repasados en clase.

El punto 3, se dá en ~~intercepción~~ cuando la recta de restricción de M.P.II se cruza con la recta de la restricción de M.P.I, es decir:

$$2/5 A + 1/2 S = 20$$

$$1/5 S = 5 \rightarrow \text{Despejar para } S$$

$$2/5 A + 1/2 S = 20$$

$$S = 25 \rightarrow \text{Al tener el valor de una variable sustituir}$$

$$\therefore 2/5 A + 1/2(25) = 20$$

$$2/5 A = 20 - 25/2$$

$$2A = (20 - 25/2)\left(\frac{5}{\ }\right)$$

$$2A = 100 - 125/2$$

$$A = \frac{100 - 125/2}{2}$$

$$A = 50 - 125/4$$

$$A = 75/4$$

$$A = 18.75$$

De manera similar el punto 4 se forma por el cruce de las rectas de las restricciones de M.P. I y III, es decir:

$\frac{2}{5}A + \frac{1}{2}S = 20$

$\frac{3}{5}A + \frac{3}{10}S = 21$

utilizando el método de reducción, buscamos un número $x$ que al multiplicarlo por $\frac{1}{2}$ nos de $-\frac{3}{10}$ osea $\frac{1}{2}x = -\frac{3}{10}$

despejando para $x = \left(-\frac{3}{10}\right)\left(\frac{2}{1}\right) = -\frac{6}{10} = -\frac{3}{5}$

$-\frac{3}{5}\left(\frac{2}{5}A + \frac{1}{2}S\right) = 20\left(-\frac{3}{5}\right)$

$\frac{3}{5}A + \frac{3}{10}S = 21$

$-\frac{6}{25}A - \frac{3}{10}S = -\frac{60}{5} = -12$

$\frac{3}{5}A + \frac{3}{10}S = 21$

$\frac{9}{25}A + 0 = 9$

$9A = 9 \cdot 25$

$A = \frac{\cancel{9} \cdot 25}{\cancel{9}} = 25$

$\therefore \frac{2}{5}(25) + \frac{1}{2}S = 20$

$10 + \frac{1}{2}S = 20$

$S = (20 - 10)2$

$S = 20$

Una vez con las coordenadas de las esquinas calculamos la utilidad en cada una de ellas y la solución en este caso sera la que nos de el mayor valor de Z.

$Z_1(0,0) = 40(0) + 30(0) = 0$

$Z_2(0,25) = 40(0) + 30(25) = 750$

$Z_3(18.75, 25) = 40(18.75) + 30(25) = 1{,}500$

$Z_4(25,20) = 40(25) + 30(20) = \underline{1{,}600}$

$Z_5(35,0) = 40(35) + 30(0) = 1{,}400$

∴ Los niveles de producción que maximizan nuestro ingreso se dan en 25 toneladas de Aditivo y 20 de Disolvente